Sea $f(x) = x^3 - 3x + 3$. Probar que f satisface las condiciones de la hipótesis del TVM en el intervalo $[-2, 2]$ y determinar los valores de c que verifican dicho teorema.

Aplicando el TVM demostrar las siguientes desigualdades:

a) $|sen(x)| \leq |x|, \forall x \in \mathbb{R}$.

b) $|sen(x) - sen(y)| \leq |x - y|$.

Demostrar que la conclusión del teorema del valor medio puede escribirse en de la forma

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

donde $g(b) \neq g(a)$, $f'(x)$ y $g'(x)$ no se anulan simultáneamente en ningún punto de $\langle a, b \rangle$.

¿Es aplicable el teorema de Rolle a $f(x) = |x - 1|$ en el intervalo $[0, 2]$?.

Sea la función $f(x) = x^2 + x - 6$. Verificar que f satisface las tres condiciones de la hipótesis del teorema de Rolle para el intervalo $[-3, 2]$. Luego halle el valor de c que cumpla la concusión del teorema.

Demostrar que la ecuación $x^7 + 5x^3 + x - 6 = 0$ tiene exactamente un raíz real.

Probar que toda ecuación de tercer grado a lo mas puede tener tres raíces reales diferentes.

Sea f una función continua sobre $[a, b]$ y diferenciable sobre $\langle a, b \rangle$ $(a < b)$ tal que $f'(x) \neq 0$, $\forall x \in \langle a, b \rangle$. Demostrar que:

$$|f(a) - f(b)| > 0.$$

Sea $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua en $[a, b]$ y derivable en $\langle a, b \rangle$. Entonces:

a) Si $f'(x) > 0$, $\forall x \in \langle a, b \rangle$, entonces f es creciente en $\langle a, b \rangle$.

b) Si $f'(x) < 0$, $\forall x \in \langle a, b \rangle$, entonces f es decreciente en $\langle a, b \rangle$.